MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

# INDICE

**UNIT 1 – Inner Iterations.....pag 1**

*Problemi di Criticità a più Gruppi.....pag 4*

*Algoritmo di Thomas.....pag 8*

Metodi Risolutivi Sistemi Lineari - Diretti.....pag 9

Metodi Risolutivi Sistemi Lineari - Iterativi.....pag 10

*Jacobi.....pag 11*

*Gauss-Seidel.....pag 16*

*SOR.....pag 17*

*LOR.....pag 18*

*ADI.....pag 19*

*Gradiente.....pag 21*

**UNIT 2 – Outer Iterations.....pag 25**

Esistenza Autovalore Fondamentale.....pag 25

Metodo delle Potenze.....pag 27

Outer Iterations.....pag 28

Accelerazione Outer Iterations.....pag 30

*Wielandt.....pag 30*

*Polinomi di Chebychev.....pag 30*

**UNIT 3 – Discretisation Methods.....pag 34**

Residui Pesati.....pag 34

*Galerkin.....pag 35*

*Sottodomini.....pag 35*

*Collocazione.....pag 35*

Coarse-mesh.....pag 36

*QUABOX.....pag 36*

*CUBBOX.....pag 38*

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

**UNIT 4 – Dynamic of Fission Reactors.....pag 40**

Problemi di dinamica.....pag 40

*Convergenza.....pag 41*

Forme particolari del Criterio di Stabilità.....pag 43

Von Neumann Stability.....pag 44

Rigidezza dell'equazione.....pag 47

**UNIT 5 – Transport Theory Part 1.....pag 50**

Calcolo di Cella.....pag 50

Eq. del Trasporto – Derivazione forma integrodifferenziale.....pag 53

*Bilancio Neutronico.....pag 56*

Eq. del Trasporto Stazionaria&Monocinetica.....pag 56

Simmetria Piana.....pag 57

*Sviluppo in Armoniche Sferiche.....pag 58*

Approssimazioni $P_N$.....pag 60

*$P_1$.....pag 61*

*Corpo Isolato.....pag 62*

**UNIT 6 – Transport Theory Part 2.....pag 66**

Approssimazione spaziale asintotica per il metodo delle armoniche sferiche.....pag 66

*Equazioni $B_N$.....pag 67*

Approssimazioni $DP_N$.....pag 68

Equazione Integrale.....pag 69

*1D Geometry.....pag 69*

*2D Geometry.....pag 70*

Metodo $S_N$.....pag 71

*Caso 1D in coordinate cartesiane.....pag 71*

*Caso 1D in coordinate sferiche.....pag 75*

*Caso multiD in coordinate cartesiane.....pag 78*

*Metodi Accelerativi.....pag 80*

Effetto Raggio.....pag 82

Quadrature Gaussiane.....pag 84

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745


Essendo $\mu(K)$ si ha

$$\mu_n(K) = -\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 = \left(\frac{\Sigma_a}{D} - \frac{\nu\Sigma_f}{D\cdot K}\right)$$

$$\Rightarrow \quad K_n = \frac{\nu\Sigma_f}{\Sigma_a + D\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2} \longrightarrow \quad K_1 > K_2 > \cdots > K_n$$

La soluzione di $\phi_n(x) = C\,\mathrm{sen}\left(\frac{n\pi}{a}x\right)$ di cui si può assolutamente dire che

$$\phi_1(x) > 0 \qquad [0;a]$$

Su $\phi_1(x)$ si assesta il flusso in SS.

Dalla FdR si sa che

$$B_1^2 = B^2 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2$$

E quindi $\frac{d^2\phi}{dx^2} = -B^2\phi$

Tenendo conto che il mezzo $[0;a]$ è omogeneo

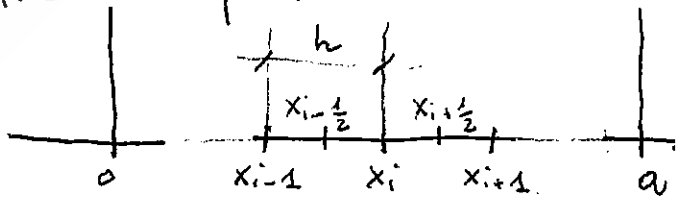
$$K_1 = \frac{\nu\Sigma_f}{\Sigma_a + D\left(\frac{\pi}{a}\right)^2} = \frac{\int_0^a \nu\Sigma_f\,\phi(x)\,dx}{\int_0^a \left(\Sigma_a + DB^2\right)\phi(x)\,dx} = K_{eff}$$

Proviamo a discretizzare le equazioni

$\phi(x_i) = \phi_i$

Abbiamo $n$ intervalli di lunghezza $h$ e $n+2$ nodi.

$\phi_0 = \phi_{n+1} = 0$




Possiamo assumere

$$\left.\frac{d\phi}{dx}\right|_{x=x_i} = \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{h} \qquad \text{Forward}$$

$$\left.\frac{d\phi}{dx}\right|_{x=x_i} = \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{h} \qquad \text{Backward}$$

→ Queste sono approssimazioni accurate in $x_{i\pm\frac{1}{2}}$

Modelli Numerici per il Reattore Nucleare ①

Unit 1: Eigenvalue Problems with Neutron Diffusion & Solution Strategies: Inner Iterations

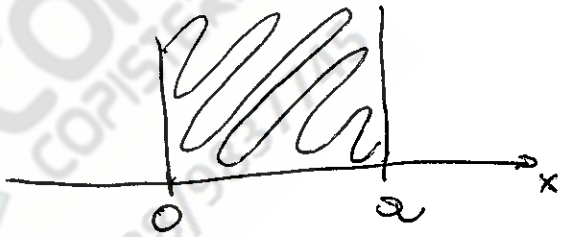
Quando si procede alla progettazione di un nocciolo o alla ricerca della soluzione di problemi di neutronica si passa attraverso 3 fasi:

- Calcolo del $K_{eff}$
- Distribuzione del flusso $\phi(\vec{r}, E, t)$
- Calcoli di burnup

Per questi si utilizzano codici numerici con discretizzazione energetica e spaziale.

## Slab

Per un problema del genere si ha:




$$\begin{cases} \frac{d^2\phi}{dx^2} \cdot D - \Sigma_a \phi + \frac{\nu \Sigma_F}{K} \phi = 0 \\ \phi(0) = \phi(a) = 0 \end{cases}$$

Da cui ricaviamo posto $\mu(K) = \left(\Sigma_a - \frac{\nu \Sigma_f}{K}\right) \frac{1}{D}$

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \mu(K)\,\phi$$

La soluzione sarà

$$\phi(x) = C_1 e^{\sqrt{\mu} x} + C_2 e^{-\sqrt{\mu} x}$$

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 0 \\ C_1 e^{\sqrt{\mu} a} + C_2 e^{-\sqrt{\mu} a} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow e^{2\sqrt{\mu} a} = 1 \Rightarrow \mu = -\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Valutiamo

$$\left.\frac{d^2\phi}{dx^2}\right|_{x=x_i} = \frac{1}{h}\left[\left.\frac{d\phi}{dx}\right|_{x=x_{i+\frac{1}{2}}} - \left.\frac{d\phi}{dx}\right|_{x=x_{i-\frac{1}{2}}}\right] = \frac{\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_i}{h^2}$$

Da cui l'equazione in $\phi_i$

$$D\,\frac{\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}}{h^2} = \Sigma_a \phi_i - \frac{\nu\Sigma_f}{K}\phi_i$$

Se chiamiamo

$$a_{i,i} = -\frac{2D}{h^2} + \frac{\nu\Sigma_f}{K} - \Sigma_a$$

$$a_{i,i-1} = a_{i,i+1} = \frac{D}{h^2}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Il problema diviene $A\,\underline{\phi} = \underline{0}$

con A
- Tridiagonale
- Il flusso in ogni nodo è legato solo ai nodi adiacenti (causa = discretizzazione).

Il problema è passato da differenziale a algebrico

Risoluzione per via teorica:

- $\det(A(k)) = 0$ calcolo gli $n$ autovalori
- Calcolo $n$ autovettori $\forall k_i$
  - Scelgo un minore di $A(k)$ non nullo di ordine $n-$
  - Risolvo il sistema assegnando un $\phi_i$ arbitrario

In questo modo ho $n$ autovettori che descrivono in maniera approssimata le autofunzioni.
Di solito basta calcolare il $k_1$, ma non mancano casi in cui si rende necessario avere informazioni sui modi superiori.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745